



UNIVERSIDAD  
DE LA RIOJA

Prueba de Evaluación de Bachillerato para el  
Acceso a la Universidad (EBAU)  
Curso 2021–2022  
Convocatoria:  
ASIGNATURA: MATEMÁTICAS II

El alumno contestará a SÓLO CINCO ejercicios de entre los planteados.

En caso contrario, el corrector corregirá los cinco que haya contestado primero.

Todas las preguntas tienen la misma puntuación. Es necesario justificar las respuestas.

Se permite el uso de calculadoras científicas siempre que no sean programables ni gráficas ni calculen integrales. Si algún alumno es sorprendido con una calculadora no autorizada, podrá ser expulsado del examen; en todo caso, se le retirará la calculadora sin que tenga derecho a que le proporcionen otra.

1.– (2 puntos) Dada la curva  $f(x) = \frac{1}{4}x^2 + 4x + 4$

- (i) Halla los puntos de la curva en los que la recta tangente a ésta pase por el punto  $(0, 0)$ .
- (ii) Da las ecuaciones de las rectas tangentes.

2.– (2 puntos) Halla el área de la región que delimita la gráfica de la función  $g(x) = x \operatorname{sen} x$  y el eje de las abscisas en el intervalo que va de  $x = 0$  al menor valor  $b > 0$  tal que  $g(b) = 0$ .

3.– (2 puntos) Determina, si existe, el valor de  $a$  de tal manera que:

- (i)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{9x^2 + ax + 1} - (3x - 1) \right) = 2$ .
- (ii)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x + a}{3x - 1} \right)^x = e$ .

4.- (2 puntos) Estudia el siguiente sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro real  $a$  y resuélvelo en los casos en que es compatible determinado e indeterminado.

$$\begin{cases} x + y + az & = a, \\ ax + ay + z & = 1, \\ x + ay + z & = a. \end{cases}$$

5.- (2 puntos) Sean las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a & 2 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & a \\ 1 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

- (i) Determina para que valores de  $a$  la matriz  $AB$  tiene inversa.
- (ii) Resuelve para  $a = 0$  la ecuación matricial  $ABX = 3I$ , siendo  $I$  la matriz identidad.

6.- (2 puntos) Determina los valores de los parámetros  $a$ ,  $b$  y  $c$  para los que  $(x, y, z) = (1, 2, 3)$  es solución del sistema

$$\begin{cases} 2ax + by + z & = 3c, \\ 3x - 2by - 2cz & = a, \\ 5ax - 2y + cz & = -4b. \end{cases}$$

7.- (2 puntos) Halla la ecuación de una recta paralela al plano  $\pi \equiv x + y + z = 0$  y que contenga al punto  $P(1, 0, 1)$ . ¿Es única dicha recta? Razona la respuesta.

8.- (2 puntos) Determina los valores de los parámetros  $a$ , y  $b$  para que el plano  $\pi$  contenga a la recta  $r$ , donde:

$$\pi \equiv ax + y + z = b, \quad r \equiv \begin{cases} x + y + z & = 1, \\ -x - 2y + z & = 0. \end{cases}$$

9.- (2 puntos) En un distrito universitario, los estudiantes se distribuyen entre las tres carreras que pueden cursarse del siguiente modo: el 20 % estudian Matemáticas, el 35 % Medicina y el 45 % Arquitectura. El porcentaje de alumnos que finalizan sus estudios en cada caso es del 5 %, 12 % y del 18 %. Se elige un alumno al azar. Halla la probabilidad de que:

- (i) finalice sus estudios;
- (ii) estudie Medicina si no finaliza sus estudios.

10.- (2 puntos) Una variable aleatoria  $X$  sigue una distribución normal de media 4 y desviación típica 2. Calcula el valor de  $a$  para que:

$$P(4 - a \leq X \leq 4 + a) = 0,5934.$$

(Véase la tabla simplificada de la **normal tipificada** que aparece al final del examen)

Tabla simplificada de la distribución normal tipificada

$z$	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817



UNIVERSIDAD  
DE LA RIOJA

Prueba de Evaluación de Bachillerato para el  
Acceso a la Universidad (EBAU)  
Curso 2021–2022  
Convocatoria:  
ASIGNATURA: MATEMÁTICAS II

### CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

1.
  - (i) Planteamiento del problema, teniendo en cuenta la ecuación de la recta tangente (1 punto).
  - (ii) Resolución y obtención de las dos rectas tangentes (1 punto).
2.
  - (i) Obtención del punto  $b$  (1 punto).
  - (ii) Cálculo correcto del área del recinto mediante la regla de Barrow (1 punto).
3.
  - (i) Ver el tipo de indeterminación (0,1 punto). Resolución del límite (0,9 puntos).
  - (ii) Ver el tipo de indeterminación (0,1 punto). Resolución del límite (0,9 puntos).
4. Análisis del rango (0,5 puntos). Identificación del tipo de sistema y resolución (0,5 + 0,5 + 0,5 puntos).
5.
  - (i) Operación producto de matrices correcta, obtención del determinante y discusión (0,5 + 0,5 puntos).
  - (ii) Cálculo de la matriz inversa, para  $a = 0$  y resolución de la ecuación matricial. (0,5 + 0,5 puntos).
6. Planteamiento del sistema de ecuaciones y resolución (1 + 1 puntos).
7. Obtención de la ecuación de la recta paralela al plano (1 puntos). Resolución correcta y razonada de la cuestión (1 punto).
8. Encontrar el vector director de la recta, (0,5 puntos). Condición de ortogonalidad (1 punto). Dar un punto de la recta y resolución (0,25 + 0,25 puntos).
9. Planteamiento correcto del ejercicio (0,5 puntos).

- (i) Resolución del apartado (i) (0,75 puntos). Resolución del apartado (ii) (0,75 puntos).

**10.**

- (i) Resolución del apartado (i) (1 punto).  
(ii) Resolución del apartado (ii) (1 punto).